THEOLOGIÆ CHRISTIANÆ PRINCIPIA MATHEMATICA

AUTORE

JOHANNE CRAIG.

LONDINI,
Typis Johannis Darby, & impensis Timothei Child ad Insigne Cervi Albi in Coemeterio D. Pauli.
M. DC. XC. IX.

UNIVERSITY LIBRARY
— MAY 30
CAMBRIDGE
89.469

REVERENDO

IN

CHRISTO PATRI

ET

DOMINO

Dno GILBERTO,

Providentia Divinâ Episcopo

SARISBURIENSI,

Et Nobilissimi Ordinis à PERISCELIDE

CANCELLARIO,

Tractatum hunc Theologicum

humillimè D. D. C. Q.

JO. CRAIG.

Jur 14.138

PRÆFATIO
AD
LECTOREM.

SCIO quam arduum æquè ac insolitum opus in me suscipiam, cum res à sensibus tam longè remotas ad Leges Geometricas revocare aggredior: Cum vero serio mecum perpenderem quam egregia Scientiarum Naturalium incrementa ex Geometriâ deduxerint & demonstraverint tum veteres tum recentiores Mathematici; fecerunt illa, ut eandem in rebus Theologicis usum aliquem habere posse sperarem: Scientiæ enim adeo Divinæ utilitatem, non ultra angustos vitæ hujus limites extendi posse, absurdum planè videtur; quandoquidem per regulas Geometricas omnia Naturæ opera stabiliantur, ecquis dubitet easdem nos ducere ad sapientissimi Naturæ Autoris cognitionem? quo perfectiùs artem quamlibet intelligimus, eo meliùs nos posse de potentiâ & sapientiâ Artificis determinare ac judicare, certissimum est. Quærenti quid ageret Deus, γεωμετρεῖν ὁ θεὸν optime respondit Divinus ille Plato Philosophus: & proinde ex Scholis suis Philosophicis omnes Geometriæ ignaros jure merito excluſit. Vana enim est illa Philosophia, quæ nos ad Naturæ ejusque Autoris

Autoris cognitionem non deducit; & jejuna admodum eſt illa utriuſque cognitio, quam aliundè quàm ex Geometriâ haurire ſperamus. Imo tam late patet nobiliſſimæ hujus Scientiæ utilitas, ut ad Religionis etiam revelatæ, id eſt, Fidei probabilitatem ſtabiliendam egregiè conducat; quod in hoc, quem jam in lucem emitto, Tractatu, te L. B. ad plenam tuam ſatisfactionem reperturum exiſtimo. Generalia quidem ſolummodo Religionis principia hic tractata videbis, præſertim quæ ad Sacræ Chriſti Doctrinæ veritatem, Vitæque futuræ ſpem noſtram ſtabiliendam conducere exiſtimabam. Idque eo magis neceſſarium mihi videtur, quanto graviores jam contra Religionis noſtræ veritatem ſunt Atheorum & Deiſtarum impetus. Quænam præcipuæ ſint graſſantis hujus Atheiſmi cauſæ non jam ſollicitus inquiro: mihi tantum hoc propoſitum eſt, ut morbo ſævienti remedium aliquod (ſi poſſem) afferrem.

Quoſdam fore non dubito, majori ductos zelo quam judicio, qui meos prorſus condemnabunt labores; meque Religionem potius evertere quàm aſtruere temerè nimis concludent. Illi utique omnia Religionis dogmata tanquam certiſſima amplectentes, rem Chriſtianiſmo indignam me præſtitiſſe putabunt, qui ejus probabilitatem tantum evincere conatus fuerim. Illis verò ego nihil jam habeo quod dicam, niſi quod præjudiciis ſuis præoccupati, Religionis, quam profitentur, fundamenta non accuratè ſatis hactenus examinaverint; nec Fidei, quæ tantoperè in ſacris literis laudatur, naturam ritè intellexerint. Quid enim eſt Fides? niſi illa mentis perſuaſio, quâ, propter media ex probabilitate deducta, quaſdam propoſitiones veras

eſſe

esse credimus. Si persuasio ex certitudine oriatur, tum non Fides; sed scientia in mente producitur. Sicut enim probabilitas Fidem generat, ita etiam scientiam evertit; & è contrà: Certitudo scientiam simul generat & Fidem destruit. Undè Scientia omnem dubitandi ansam aufert; dum Fides aliquam semper hæsitationem in mente relinquit: & propterea Fides tantis insignitur laudibus, tantaq; sibi annexa præmia habet, quod homines, non obstantibus omnibus illis, quibus premuntur, scrupulis, in recto Virtutis & Pietatis tramite progrediantur; quæq; Creatori suo Omnipotenti grata futura credunt, summâ ope præstare conentur: se tam paratos esse jussis quibuscunq; divinis obsequi offendunt; ut ne ea quidem, quæ probabiliter tantum ab Ipso proveniunt, rejicere velint.

Jamq; non nisi duas alicujus momenti objectiones prævideo, quarum hæc est Prior. Quod non recte definiverim tempus, quo Probabilitas Historiæ Christi evanescere debet; cum novos probabilitatis gradus ex Prophetiarum quarundum completione oriundas non consideraverim; sed eandem in certâ quadam proportione semper decrescentem acceperim. Sed responsio est facilis, Hæc de Christo Servatore Historia non aliter mihi consideranda fuit, quam qualis per aliquot sæcula hactenus transmissa fuit: Si Prophetias illas suam habituras completionem in Calculo meo supponerem, impudenter nimis id quod quæritur postularem. Dein novus ille probabilitatis gradus ex Prophetiarum completione oriturus, non magni erit momenti; nisi pro hominibus istius sæculi, quo eventus prædictioni respondet: tantus certe non erit, ut calculum nostrum perturbare nedum evertere possit. Poste-

Posterior objectio majorem præ se ferre speciem videtur. Quod scil. Calculus noster Mosis, cæterorumq; V. T. Scriptorum Autoritatem labefactare videtur. Fateor equidem, &, nisi Christi adventus novam illis addidisset probabilitatem, actum jam fuisset ante aliquot secula de eorum Autoritate. In hunc finem venit Filius hominis ut Legem & Prophetas impleret: ut eorum pene evanescentem probabilitatem restitueret. Calculus itaque a me adhibitus Christianismum solidis superstruit fundamentis & Judaismum simul funditùs evertit.

THEO-

THEOLOGIÆ CHRISTIANÆ Principia Mathematica.

DEFINITIONES.

1.

VOluptas eſt ſuavis ille Animi ſenſus, quem objecta Naturæ humanæ convenientia in nobis producunt.

2.

Intenſitas Voluptatis eſt magnitudo ejuſdem ex magnitudine ſuavis iſtius Animi ſenſûs determinanda.

3.

Duratio Voluptatis eſt quantitas temporis, per quod ſuavis ille Animi ſenſus in nobis perſeverare ſentitur.

4.

Voluptas æquabilis eſt, quæ eoſdem intenſitatis gradus habet per ſingula durationis ſuæ momenta.

5.

Voluptas uniformiter creſcens eſt illa, cujus intenſitatis gradus creſcunt uniformiter per ſingula durationis ſuæ momenta.

Scholium. Ex infinita varietate incrementorum & decrementorum graduum intenſitatis, aliæ infinitæ voluptatum ſpecies definiuntur.

6.

Probabilitas eſt apparentia convenientiæ vel diſconvenientiæ duarum Idearum per argumenta, quorum connexio non eſt conſtans, aut ſaltem talis eſſe non percipitur.

7.

Probabilitas Naturalis eſt, quæ deducitur ex argumentis propriæ noſtræ obſervationi aut experientiæ conformibus.

8.

Probabilitas Hiſtorica eſt, quæ deducitur ex Teſtimoniis aliorum, qui ſuam affirmant obſervationem aut experientiam.

9.

Suſpicio Probabilitatis hiſtoricæ eſt motus Animi in partes hiſtoriæ contrarias.

10.

Velocitas Suſpicionis eſt potentia, per quam Animus in aliquo tempore quaſi per ſpatium aliquod in partes hiſtoriæ contrarias impellitur.

Scholium. Per ſpatium hic intelligo quantitatem Aſſensûs, quem animus præbet Argumentis Hiſtoriæ contrariis. Concipio nimirum Animum ut rem mobilem, & Argumenta ut vires motrices ipſum huc vel illuc impellentes.

AXIOMATA.

1.

Omnis homo conatur voluptatem in Animo ſuo producere, augere, aut in ſtatu ſuo voluptatis perſeverare.

2.

Conatus Sapientûm ſunt in ratione directâ, quam habent veri expectationum ſuarum valores. Quicunq; hanc Conatuum rationem accuratè ſequitur, is eſt ſapientiſſimus; & qui minùs accurate, minùs ſapiens cenſetur.

3.

Conatus Inſipientum ſunt in ratione reciprocâ, quam habent veri expectationum ſuarum valores.

Non intelligendum eſt hoc axioma in rigore mathematico: hoc ſolummodo hìc innuere volo, quod illi majores adhibeant conatus ut obtineant expectationem, cujus verus valor eſt *(a)* quam ad obtinendam aliam expectationem, cujus verus valor eſt *(na)*, poſito quod *n* ſit major unitate.

HYPOTHESIS.

Omnes homines jus habent æquale ut credantur, niſi contrarium aliundè conſtiterit. Æquitas hujus ſuppoſitionis fundatur in eo, quod res omnes ejuſdem Naturæ iiſdem præditæ ſint qualitatibus naturalibus; ſive hæ Animum, ſive Corpus reſpiciunt: eſtque communi hominum praxi conſonum, qui in quibuſlibet vitæ hujus Negotiis determinandis hominem quemlibet teſtem accipiunt, niſi hoc jus ſuum naturale aliquomodo amiſerit.

CAPUT

CAPUT I.

De Probabilitate historicâ quæ viva voce traditur.

EX triplici præsertim capite diminuitur Probabilitas historica. Ex numero Testium, per quos historia successivè transmittitur. Ex distantia loci, ad quem subjectum refertur: sed hoc spectat has solummodo Historias, quarum subjecta principalia sunt permanentia; si enim illa sint transeuntia, nequaquam diminuitur Probabilitas ob loci distantiam. Tertiò ex decursu temporis per quod historia transmittitur. Et juxtæ quam rationem in horum singulis decrescat probabilitas in sequentibus propositionibus demonstrabitur. Alias causas diminuendi Probabilitates historicas hìc non considero; tum quòd perexiguæ sint, tum maximè quòd vim conclusionum principalium non destruant, & ex principiis hic positis ad Calculum reduci possint.

Propositio I. *Theorema* I.

Quævis Historia (non contradictoria) ab unius Testis primi testimonio confirmata quendam habet Probabilitatis gradum.

Magna enim Probabilitas componitur ex multis Testium primorum Testimoniis, sicut magnus numerus ex multis unitatibus. Fieri quidem potest, ut talis Probabilitatis Gradus sit tam exiguus, ut illius vim Animus noster vix percipere possit: sicut in motu Corporum, gradus Velocitatis tantillus aliquando est, ut motum oculis discernere nequeamus. Sed (& hic velocitatis, &) ille Probabilitatis gradus est determinatæ magnitudinis, & multoties repetitus Probabilitatem sensibilem producit.

Prop. II. *Theor.* II.

Probabilitas Historica crescit pro numero Testium primorum, qui rem factam enarrant.

Nam Unus Testis unum producit Probabilitatis gradum (per *Prop.* I.) Ergo duo Testes, duos; Tres Testes, tres producunt Probabilitatis gradus, &c. Q. E. D.

Corol. Sit hiſtoria quælibet H, à numero Teſtium primorum $n+m$, homini cuivis A relata, quorum aliqui tantùm, putà n, eandem enarrent homini alteri B: Erit Probabilitas, quam habet A, ad Probabilitatem, quam habet B, ut $n+m$ ad n. Ut ſi (ex gra.) ſit $n=4$, $m=8$, Erit Probabilitas, quam habet A, tripla Probabilitatis, quam habet B.

Prop. III. *Theor.* III.

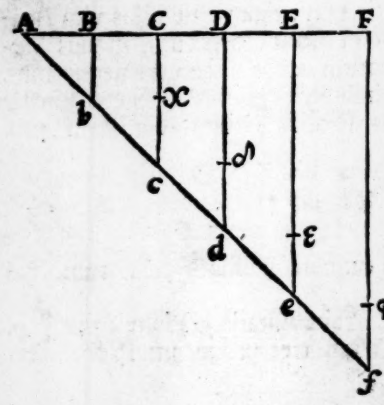
Suſpiciones Probabilitatis hiſtoricæ per unum ſemper Teſtem tranſmiſſæ (cæteris paribus) creſcunt in ratione numerorum Teſtium per quos hiſtoria traditur.

Sit s tota ſuſpicio, quam habemus de fidelitate, cæteríſque Teſtis perfecti virtutibus: Tum ſi unus Teſtis det s, duo Teſtes dabunt 2 s, tres Teſtes dabunt 3 s: & univerſaliter numerus Teſtium n dabit ſuſpiciones n s. Eſt enim s ejuſdem quantitatis in ſingulis (per Hypotheſin).

Corol. Sit M numerus Teſtium, per quos Hiſtoria ſucceſſivè tranſmittitur, erit $\overline{M-1} \times s$ tota ſuſpicio ultimo Teſti tranſmiſſa: habet enim ſuſpiciones omnium Teſtium, præter unam, quæ ex ipſius relatione orietur, & quam proinde ſibi ipſi non tranſmittit.

Prop. IV. *Lemma* I.

Velocitates ſuſpicionis in æqualibus temporibus productæ creſcunt in progreſſione Arithmeticâ.



Sit (in Figura ſequenti) A F tempus per quod Hiſtoria tranſmittitur; Diviſum ſupponatur illud in partes quam minimas & æquales A B, B C, C D, D E, E F. Sitq; linea B b (ipſi A F normalis) velocitas orta ex temporis ſpatiolo A B; dico, ſub finem temporis ſecundi B C velocitatem ſuſpicionis fore $Cc=2Bb$; & quòd ſub finem tertii temporis C D velocitas ſuſpicionis erit $Dd=3Bb$: & ſic porro.

Nam Hiſtoria per Tempus B C tranſmiſſa haberet ſuſpicionem

C x

C*x* (=B b) etiam ceſſante omni ſuſpicionis Cauſâ; Ergo cùm eadem ſuſpicionis cauſa agit per tempus B C, quæ agebat per tempus A B, augebitur velocitas C *x* quantitate *x* c = B b, quia tempora ſunt æqualia, & cauſa ſuſpicionis ſupponitur eſſe vis uniformis. Adeò ut velocitas ſuſpicionis ſub finem temporis ſecundi BC ſit Cc = C*x* + *x*c = 2Bb. Eodem modo ſi in inſtanti C ceſſaret omnis ſuſpicionis Cauſa, progrederetur Hiſtoria cum ſuſpicione concepta in C, id eſt, ad D delatâ, foret ejus velocitas Dδ = Cc = 2Bb, Ergo cum eadem uniformis cauſa ſuſpicionis agit per tempus CD, quæ agebat per tempus æquale AB, augebitur velocitas ſuſpicionis Dδ quantitate δd = Bb; & proinde in inſtante D, velocitas ſuſpicionis erit Dd = Dδ + δd = 3Bb. Similiter, ſi ad tempus D ceſſaret omnis Cauſa ſuſpicionis, progrederetur Hiſtoria cum ſuſpicione concepta in D, id eſt, ad E delata, ejus velocitas eſſet Eϵ = Dd = 3Bb. Ergo cum eadem uniformis Cauſa ſuſpicionis agit per tempus DE, quæ agebat per tempus æquale AB, augebitur velocitas Eϵ quantitate ϵe = Bb: Adeóque velocitas ſuſpicionis in E, erit Eϵ + ϵe = 4Bb. Denique, ceſſante ſuſpicionis cauſâ in E, progrederetur Hiſtoria cum ſuſpicionis velocitate concepta in E, id eſt, delata ad F, foret ejus velocitas Fϕ = Ee = 4Bb; Ergo cum eadem ſemper uniformis cauſa ſuſpicionis agit per tempus ultimum EF, quæ agebat per tempus primum & æquale AB, augebitur velocitas ſuſpicionis Eϕ quantitate ϕf = Bb; & proinde integra velocitas in F erit Ff = Fϕ + ϕf = 5B. Unde conſtat, quòd in temporibus æqualibus AB, BC, CD, &c. Velocitates ſuſpicionis Bb, 2Bb, 3Bb ſint in ſimplici progreſſione Arithmetica. Q. E. D.

Prop. V. *Theor.* IV.

Suſpiciones Probabilitatis hiſtoricæ per quodlibet tempus tranſmiſſæ (cæteris paribus) creſcunt in duplicata ratione Temporum, ab initio Hiſtoriæ ſumptorum.

Per extremitates b, c, d, e, f linearum Bb, Cc, Dd, Ee, Ff gradus velocitatum denotantium (quæq; lineæ AF tempus deſignanti normales ſupponuntur) ducatur linea A b c d e f; adeóque Area figuræ A F f repræſentabit ſuſpicionem productam in tempore A F, ſicut & Area A D d repræſentabit ſuſpicionem productam in tempore A D; & ſic de aliis. Jam quia Bb, Cc, Dd, &c. ſunt in progreſſione Arithmetica 1, 2, 3, 4, &c. (per *Prop.* IV.) Ideo linea A b c d e f eſt recta, ut ex Elementis eſt notum. Ideóq; ſuſpicio producta in tempore AE, eſt ad ſuſpicionem productam in tempore AD, ut Area

Trianguli

Trianguli A F f ad Aream Trianguli A D d. Sed Triangulum A F f est ad Triangulum A D d, ut Quadratum lineæ A F ad Quadratum lineæ A D; (ut constat ex Elementis) Ergo suspicio orta in tempore A F est ad suspicionem ortam in tempore A D, ut Quadratum lineæ A F ad Quadratum lineæ A D. Id est, suspiciones sunt in duplicata ratione Temporum ab initio historiæ sumptorum. Q. E. D.

Corol. Sit tempus per quod Historia transmittitur AF=T, & suspicio inde orta sit K: Et sit aliud quodlibet tempus datum AD=t, & cognita suspicio inde orta sit k: Erit $K=\frac{T^2k}{t^2}$. Nam $t^2 T^2 :: k\ K$ ergo $\frac{T^2k}{t^2} = K$ cum $t^2K = T^2k$

Prop. VI. *Theor.* V.

Suspiciones Probabilitatis historicæ per quaslibet distantias transmissæ (cæteris paribus) crescunt in duplicata ratione distantiarum ab initio sumptarum.

Demonstratur hæc ut præcedens: Adeóque si A sit locus ad quem Historiæ subjectum refertur, sitq; illa delata ad distantiam quamlibet AF=D, ex qua oriatur suspicio Q, & ex quavis alia distantia cognita AD=d orta sit suspicio quædam cognita ~~quæ~~ q: erit $Q=\frac{D^2q}{d^2}$.

Prop. VII. *Problema* I.

Quantitatem Probabilitatis Historiæ cujusvis H, per unum semper Testem transmissæ, determinare.

Designet x probabilitatem integram, quam primus Testis secundo transmittere potest, post temporis & loci intervalla quàm minima; sitq; M (vel m) numerus Testium, per quos in dato tempore T, & ad distantiam datam D, Historia illa H transmittitur; sit s suspicio cognitæ quantitatis, quam ex uno quovis Teste ortam supponimus: k suspicio cognita, quam ex dato quovis tempore t; & q suspicio etiam cognita, quam ex data quavis distantia d, ortas supponimus. Sitq; P probabilitas quæsita. Erit $P=x+\overline{M-1\times s}+\frac{T^2k}{t^2}+\frac{D^2q}{d^2}$.

Nam $\overline{M-1\times s}$ est tota suspicio, quæ oritur ex numero Testium (per *Prop.* III.): Et $\frac{T^2k}{t^2}$ est tota suspicio orta ex tempore dato T (per

Prop.

Prop. V.) & $\frac{D^2q}{d^2}$ eſt tota ſuſpicio orta ex diſtantia D (per *Prop.* VI.) Ergo $\overline{M-1}\times s+\frac{T^2k}{t^2}+\frac{D^2q}{d^2}$ eſt ſuſpicio integra, quæ hiſtoriam H, per numerum Teſtium M, poſt elapſum tempus T, & ad diſtantiam D, tranſmiſſam afficiet: &, cùm x ſit tota ejus ſub initio probabilitas ex hypotheſi; patet $P=x+\overline{M-1}\times s+\frac{T^2k}{t^2}+\frac{D^2q}{d^2}$. Q. E. D.

Scholium. Quia per x deſignatur tota Probabilitas, quam primus Teſtis ſecundo tranſmittit; ideo in numero per M denotato, ipſe primus Teſtis non includitur; quem proinde in ſequentibus nomine Hiſtorici à cæteris diſtinguemus. Per Teſtes intelligemus eos omnes, qui ſuam Hiſtoriæ cognitionem ex Hiſtorici obſervatione aut experientia deducunt.

Exemplum. Quantam probabilitatem habet decimus Teſtis hiſtoriæ H, poſt elapſum tempus 10t, & ad diſtantiam 8d: quia in hoc caſu $M=10$, $T=10t$, $D=8d$; ideo per Canonem præcedentem, $P=x+9s+100k+64q$ eſt probabilitas, quam habet decimus ille Teſtis.

Notandum verò eſt, quod x, s, t, k, d, q ſint quantitates cognitæ; ſunt enim totidem unitates ad menſurandam Probabilitatem neceſſariæ; quæ proinde (ſicut in omni alio menſurationis genere) ad arbitrium menſurantis aſſumi poſſunt.

Prop. VIII. *Prob.* II.

Datis, numero ſerierum Teſtium, numero Hiſtoricorum Teſti primo uniuſcujuſq; ſeriei Hiſtoriam tranſmittentium, item temporibus & diſtantiis per quæ Hiſtoria aliqua H, ad hominem quemlibet A, tranſmittitur: invenire quantitatem Probabilitatis, quam habet A de veritate Hiſtoriæ H.

Inveniatur Probabilitas ab unaquâq; ſerie tranſmiſſa ſeparatim (per *Prop.* VII.) Eritq; ſumma harum omnium Probabilitas quæſita, quæ homini A ab omnibus tranſmittitur.

Exemplum. Habeat A Hiſtoriam H à duabus Teſtium ſeriebus derivatam. Sitq; b numerus Hiſtoricorum, m numerus Teſtium, T tempus, D diſtantia, per quæ in prima ſerie Hiſtoria tranſmittitur. Item c numerus Hiſtoricorum, n numerus Teſtium, G tempus, L diſtantia, per quæ in ſecunda Teſtium ſerie Hiſtoria H ad A tranſmittitur. Jam

bx eſt Probabilitas, quam habet primus Teſtis in prima ſerie, & cx eſt probabilitas, quam habet primus Teſtis ſecundæ ſeriei (per *Prop.* II.) Ergo (per *Prop.* VII.) invenietur.

$$bx+\overline{m-1\times s}+\frac{T^2k}{t^2}+\frac{D^2q}{d^2}\Big\}\text{ Probabilitas tranſmiſſa ad A per primam ſeriem.}$$

$$cx+\overline{n-1\times s}+\frac{G^2k}{t^2}+\frac{L^2q}{d^2}\Big\}\text{ Probabilitas tranſmiſſa ad A per ſecundam ſeriem.}$$

Addantur hæ duæ Probabilitates & ſumma utriuſque ſc.

$$bx+cx+\overline{m-1}+\overline{n-1}\times s+\frac{T^2+G^2}{t^2}k+\frac{D^2+L^2}{d^2}q$$ Erit integra Probabilitas tranſmiſſa ad A ab utraq; ſerie.

Corol. Si numerus hiſtoricorum b, numerus Teſtium (m) tempus T, & diſtantia D ſint eadem in omnibus Teſtium ſeriebus, quarum numerus ſit (a) tum erit Probabilitas quæſita

$$P=a\times bx+\overline{m-1\times s}+\frac{T^2k}{t^2}+\frac{D^2q}{d^2}.$$

Et hunc caſum præcipuè reſpicio in ſequentibus, niſi aliter expreſſè moneatur.

Prop. IX. *Prob.* III.

Data quavis hiſtoria H; aliam hiſtoriam h invenire, quæ, ſi à dato numero ſerierum teſtium (a) tranſmittatur, habeat Probabilitatem in ratione data ad probabilitatem hiſtoriæ datæ H.

Sit e numerus ſerierum Teſtium, c numerus Hiſtoricorum, n numerus Teſtium, G tempus, & L diſtantia, per quæ Hiſtoria data H tranſmittitur; a, b, m, T, D eaſdem reſpectivè denotent quantitates in hiſtoria quæſita h; ſitq; ratio data r ad 1. Jam ex datis e, c, n, G, L, a, inveniendæ ſunt b, m, T, D, hoc modo. $ecx+\overline{en-e\times s}+\frac{eG^2k}{t^2}+\frac{eL^2q}{d^2}$ eſt probabilitas hiſtoriæ datæ H, (per *Prop.* VIII. *Corol.*) Et $abx+\overline{am-a\times s}+\frac{aT^2k}{t^2}+\frac{aD^2q}{d^2}$ eſt probabilitas hiſtoriæ inveniendæ h (per *Corol. Prop.* VIII. Ergo erit

$$abx+\overline{am-a\times s}+\frac{aT^2k}{t^2}+\frac{aD^2q}{d^2}:ecx+\overline{en-e\times s}+\frac{eG^2k}{t^2}+\frac{eL^2q}{d^2}::r:1$$ Ex condi-

conditione problematis. Quare multiplicando terminos medios & extremos erit $abx + \overline{am-ax}s + \frac{aT^2k}{t^2} + \frac{aD^2q}{d^2} = recx + \overline{ren-rex}s + \frac{reG^2q}{t^2} + \frac{reL^2q}{d^2}$. Fiat comparatio inter terminos homologos, eritq; $ab = rec$. $am-a = ren-re$. $aT^2 = reG^2$. Atque $aD^2 = reL^2$, quæ æquationes reductæ dabunt $b = \frac{rec}{a}$. $m = \frac{ren-re+a}{a}$. $T = \sqrt{\frac{reG^2}{a}}$. $D = \sqrt{\frac{reL^2}{a}}$. Q. E. I.

Scholium. Data vel inventa dicitur Historia, cùm dantur vel inveniuntur numerus serierum Testium, numerus Historicorum, numerus Testium, distantia & Tempus per quæ transmissa vel transmittenda est Historia.

Prop. X. *Prob.* IV.

Data quavis historia H, aliam historiam h invenire; quæ, si à dato numero Historicorum b transmittatur, habeat probabilitatem in ratione data ad probabilitatem Historiæ datæ H.

Designatis quantitatibus ut in propositione præcedenti erit. $\overline{axbx + \overline{m-1}xs + \frac{T^2k}{t^2} + \frac{D^2q}{d^2}} = \overline{rexcx + \overline{n-1}xs + \frac{G^2k}{t^2} + \frac{L^2q}{d^2}}$. Unde, reductis æquationibus ex comparatione terminorum oriundis, erit $a = \frac{rec}{b}$ numerus serierum Testium, & $m = \frac{nb-b+c}{c}$ numerus Testium, $T = \sqrt{\frac{bG^2}{c}}$ tempus; $D = \sqrt{\frac{bL^2}{c}}$ distantia, per quæ Historia illa h invenienda transmitti debet, ut ejus probabilitas sit ad probabilitatem Historiæ datæ H, ut r ad 1.

Prop. XI. *Prob.* V.

Datâ quavis historiâ H, aliam historiam h invenire, quæ, si ad Testem in dato ordine per (m) designato existentem, transmittatur, habeat probabilitatem in ratione data ad probabilitatem historiæ datæ H.

Deſignentur quantitates ut prius, tum ex datis e, c, n, G, L, r, m, inveniendæ ſunt a, b, T, D. Factâ autem reductione æquationum, quæ proveniunt ex comparatione terminorum (ut in *Prop.* IX.) erit $a=\frac{ren-re}{m-1}$ numerus ſerierum Teſtium: $b=\frac{cm-c}{n-1}$ numerus Hiſtoricorum: $T=\sqrt{\frac{m-1\times G^2}{n-1}}$ tempus: $D=L\times\sqrt{\frac{m-1}{n-1}}$ diſtantia, per quæ Hiſtoria invenienda h tranſmitti debet.

Exemplum. Tranſmittatur hiſtoria data H ad quartum Teſtem à duabus Teſtium ſeriebus, & tribus hiſtoricis poſt 100 annos, & ad diſtantiam 1000 milliarium; quæritur hiſtoria, quæ ad quintum Teſtem delata habeat probabilitatem duplam probabilitatis hiſtoriæ datæ: In hoc exemplo, $e=2$, $c=3$, $n=4$, $G=100$, $L=1000$, $m=5$, $r=2$. Subſtitutis his valoribus, in quantitatibus modò inventis, erit $a=3$, $b=4$, $T=200\sqrt{\frac{1}{3}}$. $D=2000\sqrt{\frac{2}{3}}$.

Unde conſtat, quòd hiſtoria h, à quatuor hiſtoricis, per tres Teſtium ſeries, poſt elapſos annos $200\sqrt{\frac{1}{3}}$, & ad diſtantiam $2000\sqrt{\frac{1}{3}}$ milliarium ad quintum Teſtem delata, erit duplo probabilior hiſtoriâ datâ H.

Prop. XII. *Prob.* VI.

Data quavis hiſtoria H, aliam hiſtoriam h invenire, quæ poſt datum tempus T habeat probabilitatem in ratione data ad probabilitatem hiſtoriæ H.

Reducantur æquationes ex comparatione terminorum provenientes, & invenientur: numerus ſerierum Teſtium ſcil. $a=\frac{reG^2}{T^2}$. Numerus Hiſtoricorum ſc. $b=\frac{cT^2}{G^2}$. Numerus Teſtium ſc. $m=\frac{nT^2-T^2}{G^2}+1$. Et diſtantia ſc. $D=\frac{TL}{G}$: per quæ hiſtoria invenienda h eſt tranſmittenda. Cùm ergo datur T, & inveniuntur a, b, m, D, ideo inventa eſt hiſtoria h (per *Schol. Prop.* IX).

Prop.

Prop. XIII. *Prob.* VII.

Datâ quavis hiſtoria H, aliam hiſtoriam h (cujus ſubjectum ad locum refertur) invenire, quæ ad diſtantiam datam D tranſmiſſa habeat probabilitatem in ratione data ad probabilitatem hiſtoriæ datæ H.

Reductis æquationibus ex terminorum comparatione provenientibus, invenies, numerum ſerierum Teſtium ſcil. $a=\frac{reL^2}{D^2}$: Numerum hiſtoricorum $b=\frac{cD^2}{L^2}$: numerum Teſtium $m=\frac{nD^2-D^2}{L^2}+1$. Tempus $T=\frac{GD}{L}$. Q. E. I.

Scholium. Si in quovis horum problematum caſu a, b vel m ſint numeri fracti; capiantur numeri integri fractis hiſce proximi.

Prop. XIV. *Theor.* VI.

Probabilitas hiſtorica ab uno hiſtorico, & per unam tantùm Teſtium ſeriem tranſmiſſa, quamvis continuò decreſcat, in nullo tamen tempore dato penitùs evaneſcit.

Jam $x+\overline{m-1}\times s+\frac{T^2k}{t^2}+\frac{D^2q}{d^2}$ eſt probabilitas ab uno Hiſtorico, & per unam Teſtium ſeriem, tranſmiſſa (per *Prop.* VII.) At ſi hæc in quovis tempore dato T evaneſcere poſſet, foret in hoc caſu $x+\overline{m-1}\times s+\frac{T^2k}{t^2}+\frac{D^2q}{d^2}=0$. Sed ſi hoc in quovis caſu fieri poſſet, tum poſſibile etiam eſt, ut in illo caſu $a\times x+\overline{m-1}\times s+\frac{T^2k}{t^2}+\frac{D^2q}{d^2}=0$, utcunque magnus ſupponatur numerus Serierum Teſtium (a). Quod falſum eſt, tantus enim aſſumi poteſt numerus (a), ut ſub initio hiſtoriæ, ejus probabilitas ſit major quavis probabilitate data ab uno hiſtorico producta; ſed probabilitas quavis data major in nullo tempore dato evaneſcit: Ergo impoſſibile eſt ut (cùm ſumitur numerus (a) permagnus) $a\times x+\overline{m-1}\times s+\frac{T^2k}{t^2}+\frac{D^2q}{d^2}=0$. Ergo impoſſibile eſt, ut $x+\overline{m-1}\times s+\frac{T^2k}{t^2}+\frac{D^2q}{d^2}=0$. Nam ſi productum ex multiplicatione

duarum quarumlibet quantitatum ſit majus nihilo, oportet etiam ut ſinguli factores ſeorſim ſumpti ſint nihilo majores. Unde conſtat pro poſitum.

Scholium. Quamvis nunquam penitus evaneſcat probabilitas Hiſtorica, tamen in progreſſu temporis tam exigua redditur, ut illius vim Animus vix percipere poſſit. Hoc itaq; ſupereſt, ut oſtendatur Methodus determinandi tempus, quo evaneſcit gradus ille probabilitatis, qui ad vim in Animo ſenſibilem producendam eſt neceſſarius. Utq; hoc ſimpliciſſimè fiat, ſequentes facio Hypotheſes, quas à vero non multùm remotas eſſe exiſtimo. (1.) Quòd $s = -\frac{x}{10}$, id eſt, Probabilitas integra ab Hiſtorico, primo Teſti tranſmiſſa, nullam ſenſibilem vim producit (cæteris paribus) in Animo Teſtis undecimi. (2.) Quòd ſpatio annorum $50 = t$, oriatur ſuſpicio $k = -\frac{x}{100}$, id eſt, Quòd Teſtis primus, qui, ſi ſtatim Hiſtoriam alicui tradat, ac eandem ab ipſo Hiſtorico accipit, decimam tantùm partem probabilitatis ſibi tranſmiſſæ deſtrueret (per *Hyp.* I.) ſi relationem ſuam per 50 annos procraſtinet (præter illam decimam partem) centeſimam probabilitatis ſibi tranſmiſſæ partem deſtruet. (3.) Quòd ad diſtantiam milliarium $50 = d$ oriatur ſuſpicio $q = -\frac{x^d}{10000}$ in hiſtoriis, quarum ſubjecta ad locum permanentem referuntur. (4.) Quòd vita unius cujuſlibet Teſtis poſſit per annos $50 = t$ durare. Adeóq; (5.) Erit numerus Teſtium, per quos Hiſtoria per quodlibet tempus T tranſmiſſa $m = \frac{T}{t}$: ſequitur hæc ex quarta Hypotheſi.

Prop. XV. *Prob.* VIII.

Quando evaneſcet probabilitas cujuſvis Hiſtoriæ (cujus ſubjectum eſt tranſiens) vivâ tantum voce tranſmiſſæ, determinare.

Evaneſcet illa, quando $bx + \overline{m - 1} \times s + \frac{T^2 k}{t^2} = 0$ (per *Prop.* VIII.) ubi b eſt numerus Hiſtoricorum, m numerus Teſtium, & T tempus evaneſcentis probabilitatis quæſitum. Jam quia $m = \frac{T}{t}$, $s = -\frac{x}{10}$, $k = -\frac{x}{100}$ (per *Hyp.* 5. 1, 2.) ideo ſubſtituantur hi valores quantitatum

tum m, s, k; & erit $bx - \frac{xT}{10t} + \frac{x}{10} - \frac{xT^2}{100t^2} = 0$. Reducatur hæc æquatio per vulgares Algebræ Regulas, & invenies.

$$T = t\sqrt{100b + 35} - 5t.$$

Tempus, quando Hiſtoriæ cujuſlibet probabilitas evaneſcit.

Corol. Evanuit probabilitas Hiſtoriæ Chriſti, ſub finem ſæculi octavi, in quantum illa à Traditione tantum orali dependet. Nam in hoc caſu $b = 4$, unde $\sqrt{100b + 35} = \sqrt{435} = 21$ ferè; Ergo per Canonem hujus propoſitionis $T = 21t - 5t = 16t$, ſed $t = 50$ annis (per *Hyp.* 2.) Ergo $T = 16t = 800$ annis. Q. E. D.

Scholium. Eodem modo invenias tempus, quando evaneſcet probabilitas cujuſvis Hiſtoriæ, cujus ſubjectum eſt permanens: Summopere tamen cavendum eſt, ne k eandem habere quantitatem capias in hiſtoriis, quarum ſubjecta ſunt permanentia, quam habet in Hiſtoriis, quarum ſubjecta ſunt tranſeuntia: Eſt enim longè major in his, quam in illis: Et quia (per *Hyp.* 2.) ſuppoſuimus $k = -\frac{x}{100}$ in Hiſtoriis materiam tranſeuntem tranſmittentibus, fieri poteſt, ut, in Hiſtoriis ſubjecta permanentia tradentibus, $k = -\frac{x}{50}$, vel etiam minor, dummodo ſubjecta illa permanentia ſint in loco acceſſibili; ſi enim ſint in loco inacceſſibili, eodem modo tractandæ ſunt earum probabilitates, ac ſi ſubjecta eſſent tranſeuntia.

CAPUT

CAPUT II.

De Probabilitate Hiſtoricâ, quæ per Teſtimonia ſcripta tranſmittitur.

Prop. XVI. *Prob.* IX.

QUantitatem Probabilitatis hiſtoricæ ab uno Hiſtorico primo literis conſignatæ determinare.

Sit z integra probabilitas Hiſtoriæ ſub initio publicationis primi exemplaris, n numerus exemplarium, T tempus, & D diſtantia Loci, per quæ Hiſtoria ſcripta tranſmittitur. Sitq; f ſuſpicio orta ex tranſcriptione alicujus Exemplaris (eſt verò f in omnibus eadem, quia Tranſcriptores ſunt pariter fideles, per Hypotheſin) cæteris poſitis, ut in capite præcedenti, erit quæſita probabilitas

$$P = z + \overline{n-1 \times f + \frac{T^2 k}{t^2} + \frac{D^2 q}{d^2}}:$$

Corol. Sit c numerus Hiſtoricorum primorum, c numerus exemplarium ſecundorum per totidem ſeries Hiſtoriam tranſmittentium, poſito quòd ſingulæ Exemplarium ſeries ex uno tantùm Exemplari ſecundo traducantur, erit Hiſtoriæ ſic tranſmiſſæ probabilitas

$$P = 1 \times \overline{cz + \overline{n-1} \times f + \frac{T^2 k}{t^2} + \frac{D^2 q}{d^2}}:$$

Scholium. Per Hiſtoricos primos intelligo eos, qui Hiſtoriæ cognitionem ex propria obſervatione aut experientia deducunt. Et per Exemplar primum intelligo (non unum tantum, ſed) quotlibet exemplaria ab ipſo primo Hiſtorico ſcripta vel impreſſa. Jam quia Hiſtoria ſcripta majorem longè probabilitatem habet, quàm Hiſtoria per vivam vocem tradita; & quia hujus probabilitas nunquam evaneſcit (per *Prop.* XIV.) ſequitur illius etiam probabilitatem in nullo tempore dato penitus evaneſcere. Attamen cum continuò decreſcat, neceſſe eſt ut tandem etiam illa perexigua reddatur; Ut ergo determinetur tempus, quo perit hæc ſenſibilis probabilitas fiant ſequentes hypotheſes.

(1.) Quod

(1.) Quòd $z = 10x$, id eſt, Hiſtoricus tranſmittit decies plures probabilitatis gradus, quando teſtimonium ſuum per ſcripta, quàm cùm per vivam tantùm vocem illud traditur. (2.) Quòd $t = \frac{s}{10}$, id eſt, ſuſpicio fidelis tranſcriptoris eſt decima tantùm pars ſuſpicionis fidelis Teſtis, unde ſequitur quòd $f = -\frac{x}{100}$ (per *Hyp.* 1. *Prop.* XIV. & *Hyp.* 2. hujus). (3.) Quòd Exemplar Hiſtoriæ poſſit per annos $200 = 4t$ durare. Unde ſequitur (4.) quòd numerus Exemplarium, Hiſtoriam per quodlibet tempus T tranſmittentum, ſit $n = \frac{T}{4t}$.

Prop. XVII. *Prob.* X.

Quantitatem præſentis probabilitatis Hiſtoriæ Chriſti à quatuor Hiſtoricis ſcriptæ, & per unam Exemplarium ſeriem tranſmiſſæ, determinare.

Præſens probabilitas Hiſtoriæ Chriſti eſt $cz + \overline{n-1} \times f + \frac{T^2k}{t^2}$ (per *Corol. Prop.* XVI.) ſed in hoc caſu numerus primorum Hiſtoricorum eſt $c = 4$, $T = 1696$ annis $= 34t$. Et (per Hypotheſes *Prop.* XVI.) $z = 10x$, $n = \frac{34}{4}$, $f = -\frac{x}{100}$, $k = -\frac{x}{100}$ ſubſtituantur hi valores quantitatum c, n, f, T, & erit $p = 40x - \frac{34x}{400} + \frac{1156x}{200}$ præſens probabilitas Hiſtoriæ Chriſti, quæ reducta dat $p = \frac{11342x}{400}$; id eſt quàm proximè $p = 28x$. Tanta itaq; eſt præſens probabilitas Hiſtoriæ Chriſti, quantam habuiſſet ille, qui (ipſius Chriſti temporibus) vivâ tantum voce eandem à 28 Diſcipulis Chriſti acciperet. Q. E. I.

Prop. XVIII. *Prob.* XI.

Temporis ſpatium definire, in quo Hiſtoriæ Chriſti ſcriptæ probabilitas evaneſcet.

Evaneſcet illa quando $cz + \overline{n-1} \times f + \frac{T^2k}{t^2} = 0$ (per *Corol. Prop.* XVI.) hoc eſt (ſubſtitutis valoribus quantitatum z, n, f, k, nec non

$4 = c$)

$4=c$) quando $40+\frac{1}{100}-\frac{T}{400t}-\frac{T^2}{100t^2}=0$: Hæc æquatio reducta dabit Tempus evaneſcentis probabilitatis quæſitum, ſcil. $T=t\sqrt{4001+\frac{1}{t^2}}-\frac{1}{t}t$; vel potius (neglectis fractis, quod in hujuſmodi computationibus ſine magno erroris periculo fieri poſſit) erit tempus quæſitum $T=t\sqrt{4001}$, hoc eſt, quia $\sqrt{4001}=63$ & $t=50$ annis, $T=3150$ annis: unde conſtat, quòd poſt annos 3150 à nativitate Chriſti, evaneſcet hiſtoriæ ejus ſcriptæ probabilitas. Q. E. I.

Corol. Neceſſe eſt, ut Chriſtus veniat, antequam elabantur anni 1454. Nam neceſſe eſt, ut Chriſtus veniat, priuſquam evaneſcat Hiſtoriæ ſuæ probabilitas; ſed illa peribit, elapſis à noſtro tempore annis $1454=3150-1696$; Ergo neceſſe eſt, ut veniat antequam elabantur anni 1454 à noſtro tempore. Q. E. D. Et in nullo tempore minori annis 1454 neceſſe eſt ut veniat, in quantum ejus adventus ex defectu probabilitatis ſuæ hiſtoriæ dependet: Et certè multa me movent, ut ſuſpicer, illum non priùs venturum, quàm ferè evanuerit hiſtoriæ ſuæ probabilitas; hoc enim diſertè innuere videtur Lucas in Hiſtoriæ ſuæ Capite 18, verſu 8, ubi Chriſtum expoſtulâſſe narrat in hunc modum ——Nihilominus, cùm venerit Filius hominis, an fidem in Terrâ inveniet——Tantilla ſcil. ad adventum Chriſti erit Hiſtoriæ ſuæ probabilitas, ut dubitet, an quenquam reperturus ſit, qui huic de ipſo Hiſtoriæ fidem adhibebit. Unde patet, quàm graviter errent illi omnes qui Chriſti adventum ad noſtra tempora tam propè conſtituunt.

Prop. XIX. *Prob.* XII.

Quantitatem Probabilitatis cujuſvis Hiſtoriæ ſcriptæ determinare, juxta aſſumptas Hypotheſes.

Cujuſvis Hiſtoriæ ſcriptæ (cujus ſubjectum eſt tranſiens) probabilitas eſt $p=r\times\overline{cz+n-1\times f+\frac{T^2k}{t^2}}$ (per *Corol. Prop.* XVI.) Ergo (ſubſtitutis valoribus quantitatum z, n, f, k) erit $p=r\times\frac{4000ct^2-Tt+4tt-4TT}{400t^2}$.

Prop.

Prop. XX. *Prob.* XIII.

Temporis ſpatium definire, in quo Hiſtoriæ cujuſvis ſcriptæ probabilitas evaneſcet.

Evaneſcet illa quando $cz + \overline{n-1} \times f + \frac{T^2 k}{t^2} = o$ (per *Corol. Prop.* 16.) hoc eſt (ſubſtitutis valoribus quantitatum z, n, f, k) quando $20c + \frac{1}{100} - \frac{T}{400t} - \frac{T^2}{100t^2} = o$; hæc æquatio reducta dabit tempus evaneſcentis probabilitatis quæſitum, ſcil. $T = t\sqrt{1000c + \frac{81}{64}} - \frac{9}{8}t$. vel neglectis fractis $T = t\sqrt{1000c + 1}$:

Datur t ſcil. ſpatium 50 annorum, & c numerus Hiſtoricorum primorum; Ergo habetur T tempus quæſitum, in quo evaneſcit Hiſtoriæ probabilitas.

Scholium. Eodem modo ſolvuntur duo poſtrema Problemata, quando Hiſtoriæ reſpiciunt ſubjecta in loco acceſſibili conſtituta.

Prop. XXI. *Prob.* XIV.

Determinare quantitatem probabilitatis Hiſtoriæ, quæ partim vivâ voce, partim per ſcripta tranſmittitur.

Inveniatur probabilitas ejus pro temporis ſpatio, quo vivâ voce traditur (per *Prop.* VIII.) & probabilitas ejus pro temporis ſpatio, quo per ſcripta traditur (per *Prop.* XVI.) dabit utriuſq; ſumma probabilitatem quæſitam. Q. E. I.

Prop. XXII. *Prob.* XV.

Datis duabus ejuſdem rei Hiſtoriis contrariis, utra harum ſit probabilior, quantáq; ejus ſit probabilitas, determinare.

Inveniatur probabilitas utriuſq; (per *Propp.* VIII. & XVI.) & ſubſtituantur valores quantitatum m, s, k, q, z, n, f, & ſtatim conſtabit utra ſit probabilior; ſubducatur probabilitas minor ex majori, & reliqua erit tota probabilitas Hiſtoriæ probabilioris. Q. E. I.

Concluſio. Credo me jam ea omnia dilucidè ſatis explicuiſſe, quæ ad probabilitatis Hiſtoricæ determinationem ſunt neceſſaria. Ad alteram jam materiæ meæ partem progredior, ſcil. ad definiendas Voluptatum Quantitates. Voluptas enim eſt unicum omnium actionum & cōnatuum noſtrorum principium. Quicquid agimus aut patimur, quicquid cupimus aut averſamur, omnia tamen Voluptatis causâ fieri pro certo conſtat. Ut ergo homines prudenter ſuas proſequantur voluptates, neceſſe eſt, ut earum quantitates & valores accuratè determinare queant: quod proinde in ſequentibus docebitur.

CAPUT III.

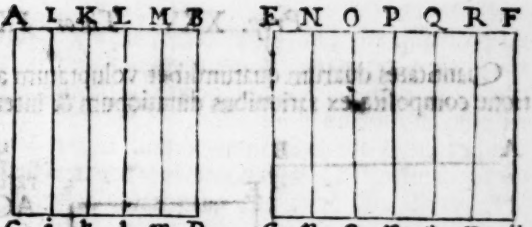
De Voluptate Æquabili.

UT ſequentes propoſitiones faciliùs demonſtrentur, Durationem Voluptatis per lineam rectam deſigno, & gradus ejus intenſitatis per lineas rectas ad ſingula puncta prioris lineæ perpendiculares: & proinde ſi ducta intelligatur linea per alteras extremitates horum perpendiculorum, formabitur inde Figura plana, quæ Voluptatis illius Quantitatem optimè repræſentabit: Adeóque ex figuræ hujus proprietatibus facile erit voluptatis illius proprietates deducere.

Prop. XXIII. *Theor.* VII.

Quantitates duarum Voluptatum æquabilium (quarum Intenſitates ſunt æquales) ſunt in ratione Durationum directâ.

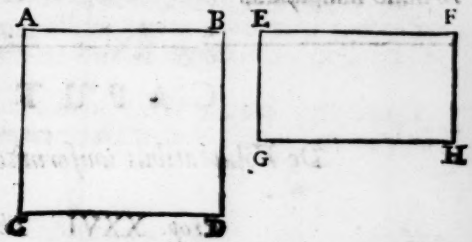
Sit



Sit AB duratio unius Voluptatis, ejus quantitas V. ſintque AC, Ii, Kk, Ll, &c. gradus intenſitatis in diverſis durationis Inſtantibus. Et eſto EF duratio alterius voluptatis, cujus quantitas V, & gradus intenſitatis EG, Nn, Oo, &c. In Inſtantibus E, N, O, &c. Jam cum utraq; voluptas ſit æquabilis (ex Hypotheſi) ideo linea ducta per C, i, k, l, m, D, & linea ducta per G, n, o, p, q, r, H, ſunt rectæ ad AB & EF parallelæ (per Def. 4.) Ergo figuræ ABCD, EFGH deſignantes utriuſq; Voluptatis Quantitatem ſunt parallelogramma rectangula. Jam v=AB×AC, V=EF×EG (ex Elementis) & AC=EG (ex hypotheſi propoſitionis) Ergo V=EF×AC. Unde v. V :: AB×AC. EF×AC. ſed (ex Elementis) AB×AC. EF×AC :: AB. EF. Ergo v. V :: AB. EF. Quod erat demonſtrandum.

Prop. XXIV. *Theor.* VIII.

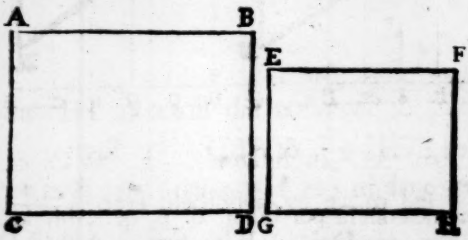
Quantitates duarum voluptatum æquabilium (quarum tempora durationum ſunt æqualia) ſunt in ratione directa intenſitatum.



Sit prioris voluptatis duratio AB, & conſtans ejus intenſitatis gradus AC, quantitas integra ſit v. Nec non alterius Voluptatis duratio EF, intenſitas conſtans EG, & quantitas V. Erit v=AB×AC, V=EF×EG, ſed ex hypotheſi AB=EF, ergo V=AB×EG. Unde v. V :: AB×AC. AB×EG. ſed AB×AC. AB×EG :: AC. EG. Ergo v. V :: AC. EG. Quod erat demonſtrandum.

Prop. XXV. *Theor.* IX.

Quantitates duarum quarumlibet voluptatum æquabilium ſunt in ratione compoſita ex rationibus durationum & intenſitatum directis.



Sit unius voluptatis duratio AB=r, intenſitas AC=n, & quantitas v. Alterius autem voluptatis ſit quantitas V, duratio EF=s, intenſitas EG=m; Jam quia Figuræ, quæ repræſentant quantitates voluptatum æquabilium ſunt Parallelogramma rectangula, ideo $v=rn$, $V=sm$, ideo $\frac{V}{v}=\frac{sm}{rn}=\frac{s}{r}\times\frac{m}{n}$. Q.E.D.

Corol. 1. Durationes duarum quarumlibet voluptatum æquabilium ſunt in ratione compoſita ex ratione directâ quantitatum, & reciprocâ ratione Intenſitatum.

Corol. 2. Intenſitates duarum quarumlibet Voluptatum æquabilium ſunt in ratione compoſitâ ex directâ quantitatum, & reciprocâ ratione durationum.

Corol. 3. Creſcit Voluptas quælibet æquabilis in ratione durationum ab initio ſumptarum.

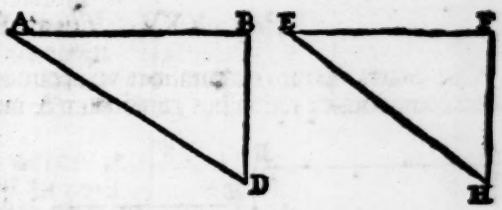
CAPUT IV.

De Voluptatibus uniformiter creſcentibus.

Prop. XXVI. *Theor.* X.

Quantitates duarum Voluptatum uniformiter creſcentium, quarum intenſitates ſub finem ſunt æquales, ſunt in ratione durationum.

Quoniam



Quoniam Figuræ quæ has voluptates repræſentant ſunt triangula, (per *Def.* 5.) ideo ſit unius quantitas v, duratio AB=r, intenſitas ſub finem BD=n; Alterius verò voluptatis quantitas ſit V, duratio EF=s, & intenſitas ſub finem ſit FH=m. Jam V. v :: EFH. ABD. ſed EFH=$\frac{sm}{2}$, & ABD=$\frac{rn}{2}$: Ergo V. v :: $\frac{sm}{2}$. $\frac{rn}{2}$, unde $\frac{V}{v}=\frac{sm}{rn}$, ſed m=n ex hypotheſi, ergo $\frac{V}{v}=\frac{s}{r}$. Q. E. D.

Prop. XXVII. *Theor.* XI.

Quantitates duarum voluptatum uniformiter creſcentium, quarum durationes ſunt æquales, ſunt in ratione directa Intenſitatum ſub finem ſumptarum.

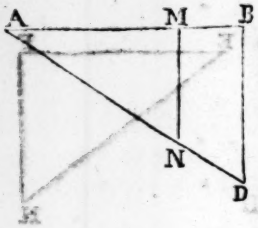
Nam deſignatis quantitatibus, ut in præcedenti, inventum fuit $\frac{V}{v}=\frac{sm}{rn}$, ſed s=r ex hypotheſi, Ergo $\frac{V}{v}=\frac{m}{n}$. Q. E. D.

Prop. XXVIII. *Theor.* XII.

Quantitates duarum quarumlibet voluptatum uniformiter creſcentium ſunt in ratione compoſitâ ex ratione directâ durationum, & directâ ratione Intenſitatum ſub finem ſumptarum.

Nam in propoſitione penultimâ demonſtratum eſt $\frac{V}{v}=\frac{sm}{rn}$, id eſt, $\frac{V}{v}=\frac{s}{r}\times\frac{m}{n}$. Q. E. D.

Corol. 1. Durationes duarum voluptatum uniformiter creſcentium, ſunt in ratione compoſitâ ex directâ ratione quantitatum, & reciprocâ ratione intenſitatum ſub finem ſumptarum.



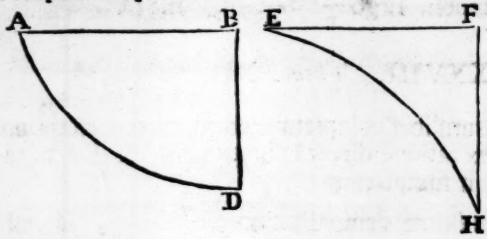
Corol. Quantitates unius voluptatis uniformiter crescentis ab initio sumptæ crescunt in duplicatâ ratione durationum. Sit AB = T duratio una, ejusq; in hoc tempore quantitas sit Q; sit alia duratio AM = t, in qua voluptatis quantitas sit q. Jam Q. q :: ABD. AMN. sed ABD. AMN :: ABq. AMq (ex Elementis) Ergo Q. q :: ABq. AMq, id est Q. q :: T². t². Q. E. D.

CAPUT V.

De Voluptatibus, quarum Intensitates crescunt in ratione qualibet multiplicata aut submultiplicata.

Prop. XXIX. *Prob.* XVI.

DAtis æquationibus relationem exprimentibus inter tempora durationum & gradus intensitatum, invenire rationem quam habent voluptatum quantitates.



Sit unius voluptatis duratio AB = r, ejus intensitas sub finem BD = n, ejus quantitas v. Alterius autem quantitas sit V, duratio EF = s, & intensitas sub finem FH = m. Sitque $\sqrt[c]{r} = n$ æquatio exprimens relationem inter tempus durationis, & intensitatis gradus prioris crescentes juxta rationem quamlibet multiplicatam aut submultiplicatam, cujus exponens est c. Nec non $m = \sqrt[e]{s}$ æquatio exprimens relationem inter tempus durationis & intensitatis gradus posterioris crescentes in ratione quâlibet multiplicatâ aut submultiplicatâ, cujus exponens est e. Jam $\frac{V}{v} = \frac{EFH}{ABD}$ (juxta hujus methodi fundamentum sub initio Capitis tertii positum) Sed

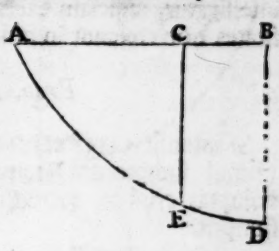
Sed per Quadraturarum Methodos notiſſimas $EFH = \frac{sm}{e+1}ABD = \frac{rn}{c+1}$.

Ergo $\frac{V}{v} = \frac{sm \times c+1}{rn \times e+1} = \frac{s}{r} \times \frac{m}{n} \times \frac{c+1}{e+1}$. Id eſt, Voluptatum harum Quantitates ſunt in ratione compoſitâ ex directâ ratione temporum, directâ ratione intenſitatum (ſub finem ſumptarum) & reciprocâ ratione exponentium unitate auctarum. Q. E. I.

Scholium. Eſt hoc Theorema perquam generale; ejus enim ope inveniri poſſunt illa omnia, quæ ſpectant ad voluptates, quarum intenſitates creſcunt in quâvis ratione multiplicatâ aut ſubmultiplicatâ: ſic ſi ponatur c=o, e=o habentur omnia in Capite III. demonſtrata; ſi ſit c=1, e=1, habentur omnia in Capite IV. demonſtrata; ſi ponas c=o, e=1, habetur ratio voluptatis æquabilis ad uniformiter creſcentem; vel ſi ponatur c=1, e=2, habetur ratio voluptatis uniformiter creſcentis ad voluptatem, cujus intenſitatis gradus creſcunt in duplicatâ ratione temporum: Ut de aliis infinitis nihil dicam, quæ pari facilitate ex hac propoſitione deduci poſſunt.

Prop. XXX. *Prob.* XVII.

Iiſdem datis quæ in præcedenti, invenire rationem incrementi unius voluptatis, pro diverſis ſuæ durationis temporibus ab initio ſumptis.



Sit Q quantitas voluptatis in tempore AB producta, & q quantitas ejuſdem (vel ſimilis) voluptatis in tempore AC producta. Ponatur AB=T, AC=t. Jam $BD = T^c$ & $CE = t^c$ ex ſuppoſito incremento graduum intenſitatis; Ergo per Quadraturas invenies $Q = \frac{T^{c+1}}{c+1} = ABD$, &

$q = \frac{t^{c+1}}{c+1} = ACE$. Unde $\frac{Q}{q} = \frac{T^{c+1}}{t^{c+1}}$. Q. E. I.

Corol. 1. Si voluptas ſit æquabilis, tum quantitates voluptatum erunt ut tempora, nam in hoc caſu c=o, unde $\frac{Q}{q} = \frac{T}{t}$.

Corol.

Corol. 2. Si Intenſitates creſcant uniformiter, voluptates erunt ut Quadrata temporum; nam in hoc caſu $c=1$, unde $\frac{Q}{q}=\frac{T^2}{t^2}$.

Corol. 3. Si Intenſitates creſcant in ratione temporum duplicatâ, voluptates erunt in ratione temporum triplicatâ; nam in hoc caſu $c=2$, unde $\frac{Q}{q}=\frac{T^3}{t^3}$.

Corol. 4. Si intenſitates creſcant in ſubduplicatâ ratione temporum, tum Quantitates voluptatis erunt ut Radix quadrata Cuborum Temporum; nam in hoc caſu $c=\frac{1}{2}$, unde $\frac{Q}{q}=\frac{\overline{T}^{\frac{3}{2}}}{\overline{t}^{\frac{3}{2}}}=\frac{\sqrt{T^3}}{\sqrt{t^3}}$.

Corol. 5. Si intenſitates creſcant in ratione temporum ſubtriplicatâ, tum Quantitates voluptatis erunt ut Radix Cubica biquadratorum temporum. Nam in hoc caſu $c=\frac{1}{3}$, unde $\frac{Q}{q}=\frac{\overline{T}^{\frac{4}{3}}}{\overline{t}^{\frac{4}{3}}}=\frac{\sqrt[3]{T^4}}{\sqrt[3]{t^4}}$.

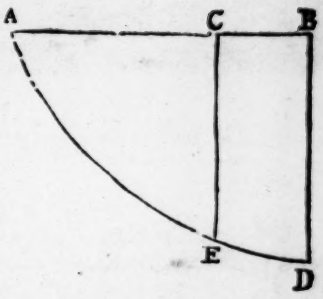
Scholium. Ex præmiſſis conſtat, quòd (conceſſis Figurarum Curvilinearum Quadraturis) poſſunt omnia ad voluptatum quantitates, mutuáſq; inter ſe relationes ſpectantia, facillimé inveniri. Quod ut melius intelligatur, adjiciam exemplum in ſequenti propoſitione, in quo intenſitates non creſcunt in ratione multiplicatâ aut ſubmultiplicatâ.

Prop. XXXI. *Prob.* XVIII.

Si intenſitas creſcat ut radix quadrata quadratorum & biquadratorum (ſimul ſumptorum) temporum; invenire rationem, juxta quam ipſa voluptas creſcat, pro diverſis durationis ſuæ temporibus, ab initio ſumptis.

Sit

Sit AB=T una duratio, AC=t altera duratio; ſitq; BD intenſitas ſub finem prioris, CE intenſitas ſub finem alterius. Jam quia $BD=\sqrt{T^2+T}$, $CE=\sqrt{t^2+t}$ ex hypotheſi problematis, & per methodos Quadraturarum invenitur $ABD=\frac{1}{3}\times\overline{T^2+1}\sqrt{T^2+1}-1=Q$ & $ACE=\frac{1}{3}\times\overline{t^2+1}\sqrt{t^2+1}-1=q$. Ideo $\frac{Q}{q}=\frac{\overline{T^2+1}\sqrt{T^2+1}-1}{\overline{t^2+1}\sqrt{t^2+1}-1}$..



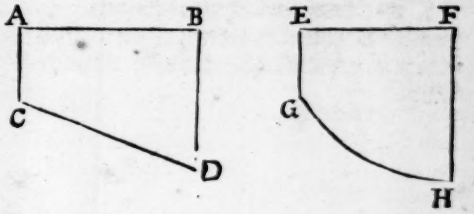
Exemplum ſit $T=3\frac{3}{7}$ horis, $t=2\frac{2}{5}$ horis, erit $\frac{Q}{q}=\frac{955125}{354662}$..

Scholium. Quamvis in præcedentibus ſuppoſui voluptates eſſe creſcentes, & intenſitates (exceptis voluptatibus æquabilibus) ſub initio eſſe indefinitè parvas; tamen eadem Methodus facilè applicari poſſit ad cæteras quaſvis voluptates à determinatâ intenſitatis magnitudine creſcentes aut decreſcentes: quarum in ſequenti propoſitione datur exemplum.

Prop. XXXII.

Sit unius voluptatis duratio AB, intenſitas ſub initio AC, ſub fine BD, quantitas v, & creſcant intenſitates ut Ordinatæ Trapezii triangularis ACBD; ſitq; alterius voluptatis duratio EB, intenſitas ſub initio EG, ſub fine FH, quantitas V, creſcantq; intenſitates ut ordinatæ trapezii parabolici EFGH; invenire rationem unius voluptatis ad alteram.

Ponantur AB=r, BD=n, AC=t, EF=s, FH=m, EG=g. Ex Geometriâ invenies $V=ACBD=\frac{nr+lr}{2}$ $V=\frac{2}{3}\times\overline{mg^2+ms-g^3}$; Ergo $\frac{V}{v}=\frac{4mg^2+4ms-4g^3}{3nr+3lr}$.



Q. E. I.

CAPUT VI.

De voluptate finitâ & infinitâ inter se comparatis.

Prop. XXXIII. *Theor.* XIII.

QUantitas voluptatis quamlibet habens (non decrescentem) intensitatem, & durationis infinitæ s, est infinitè major quâvis aliâ voluptate finitam semper habente intensitatem n, & durationis finitæ r.

Supponatur utraq; voluptas esse æquabilis, & V quantitas prioris, v posterioris. Jamq; erit $\frac{V}{v} = \frac{sm}{rn}$ (per *Prop.* XXV.) unde $V = \frac{sm}{rn} \times v$. Sed s est infinita, ergo productum sm est infinitum; & r, n sunt quantitates finitæ (ex hypothesi) Ergo productum rn est finitum; sed quantitas infinita sm, divisa per quantitatem finitam rn, dat quotientem infinitam $\frac{sm}{rn}$; Ergo $\frac{sm}{rn} \times v$ est Quantitas infinita; Ergo V quantitas voluptatis infinitæ durationis est infinitè major quantitate voluptatis v finitam habentis intensitatem & durationem. Q. E. D.

Scholium. Quamvis voluptates posui æquabiles, tamen præcedentia intelligenti facile constat Demonstrationem locum obtinere, sumptis intensitatibus in quavis datâ ratione crescentibus.

Corol. Valor voluptatis à Christo promissæ est infinitè major valore voluptatis vitæ præsentis. Nam Voluptas à Christo promissa est intensitatis non decrescentis, & durationis infinitæ, ut ex ipsius Historiâ constat: at voluptas vitæ præsentis est tantum intensitatis finitæ & durationis etiam finitæ, ut omnibus notum. Ergo Quantitas Voluptatis à Christo promissæ est infinitè major Quantitate Voluptatis Vitæ præsentis (per *Prop.* XXXIII.) Sed Valores voluptatum sunt in ratione Quantitatum; Ergo Valor Voluptatis à Christo promissæ, &c. Q. E. D.

Prop.

Prop. XXXIV. *Lemma* II.

Si probabilitas, quam habet aliquis ad obtinendum p, ſit ad probabilitatem, quam habet ad obtinendum P, in ratione quavis r ad 1, & ſupponatur P□—p, & r□—1, erit verus Valor expectationis illius hominis $\frac{P+p}{r+1}$: id eſt, ſumma rerum, quas expectat, diviſa per ſummam probabilitatum, dat verum expectationis ejus valorem.

Ut demonſtratio faciliùs capiatur; ſupponatur aliquis iſte A juſtum inire ludum cum altero homine B: ſitque x depoſitum ſeu valor expectationis, quam habet A; atque y depoſitum & valor expectationis, quam habet B (omnes enim Luſores in juſto ludo habent expectationem depoſitis ſuis æqualem) & ludant hac conditione, ut Victor det alteri p, ſervans ſibi ipſi P. Manifeſtum jam eſt, ſi A vincat, ipſum habiturum $x+y-p=P$; ſed ſi A perdat, tum (ex conditione Ludi) non niſi p habebit. Cúmque jam (ex hypotheſi Lemmatis) probabilitas, quam habet A ad vincendum (ſeu ut obtineat P) ſit ad probabilitatem, quam habet A ad perdendum (ſeu ut obtineat p) id eſt, ad probabilitatem, quam habet B ad vincendum, in ratione 1 ad r. Ideo, cùm juſtus ſupponitur Luſus, debent depoſita eſſe in ratione probabilitatum vincendi, id eſt, x, y :: 1. r. unde $rx=y$; ſubſtituatur rx pro y in æquatione modò inventâ, & erit $x+rx=P+p$. unde $x=\frac{P+p}{r+1}$. Q. E. D.

Prop. XXXV. *Theor.* XIV.

Valor verus expectationis ad obtinendam voluptatem P à Chriſto promiſſam eſt infinitè major vero valore Expectationis obtinendi voluptatem p vitæ præſentis.

Nam P eſt infinitè major quàm p (per *Corol. Prop.* XXXIII.) & probabilitas obtinendi P eſt aliqua, eáq; non contemnenda (per *Prop.* XVII.) & probabilitas obtinendi p non eſt etiam niſi aliqua finita (ipſa enim vita, multóq; magis vitæ hujus voluptas eſt incerta) ergo probabilitas obtinendi p eſt ad probabilitatem obtinendi P, ut numerus finitus ad numerum finitum; Ergo exprimi poſſit ratio harum probabilitatum, per rationem numeri finiti r ad unitatem. Ergo verus valor expectationis

CAPUT VI.

De voluptate finitâ & infinitâ inter se comparatis.

Prop. XXXIII. *Theor.* XIII.

QUantitas voluptatis quamlibet habens (non decrescentem) intensitatem, & durationis infinitæ s, est infinitè major quâvis allâ voluptate finitam semper habente intensitatem n, & durationis finitæ r.

Supponatur utraq; voluptas esse æquabilis, & V quantitas prioris, v posterioris. Jamq; erit $\frac{V}{v} = \frac{sm}{rn}$ (per *Prop.* XXV.) unde $V = \frac{sm}{rn} \times v$. Sed s est infinita, ergo productum sm est infinitum; & r, n sunt quantitates finitæ (ex hypothesi) Ergo productum rn est finitum; sed quantitas infinita sm, divisa per quantitatem finitam rn, dat quotientem infinitam $\frac{sm}{rn}$; Ergo $\frac{sm}{rn} \times v$ est Quantitas infinita; Ergo V quantitas voluptatis infinitæ durationis est infinitè major quantitate voluptatis v finitam habentis intensitatem & durationem. Q. E. D.

Scholium. Quamvis voluptates posui æquabiles, tamen præcedentia intelligenti facile constat Demonstrationem locum obtinere, sumptis intensitatibus in quavis datâ ratione crescentibus.

Corol. Valor voluptatis à Christo promissæ est infinitè major valore voluptatis vitæ præsentis. Nam Voluptas à Christo promissa est intensitatis non decrescentis, & durationis infinitæ, ut ex ipsius Historiâ constat: at voluptas vitæ præsentis est tantum intensitatis finitæ & durationis etiam finitæ, ut omnibus notum. Ergo Quantitas Voluptatis à Christo promissæ est infinitè major Quantitate Voluptatis Vitæ præsentis (per *Prop.* XXXIII.) Sed Valores voluptatum sunt in ratione Quantitatum; Ergo Valor Voluptatis à Christo promissæ, &c. Q. E. D.

Prop.

Prop. XXXIV. *Lemma* II.

Si probabilitas, quam habet aliquis ad obtinendum p, ſit ad probabilitatem, quam habet ad obtinendum P, in ratione quavis r ad 1, & ſupponatur P ⊏ p, & r ⊏ 1, erit verus Valor expectationis illius hominis $\frac{P+p}{r+1}$: id eſt, ſumma rerum, quas expectat, diviſa per ſummam probabilitatum, dat verum expectationis ejus valorem.

Ut demonſtratio faciliùs capiatur; ſupponatur aliquis iſte A juſtum inire ludum cum altero homine B: ſitque x depoſitum ſeu valor expectationis, quam habet A; atque y depoſitum & valor expectationis, quam habet B (omnes enim Luſores in juſto ludo habent expectationem depoſitis ſuis æqualem) & ludant hac conditione, ut Victor det alteri p, ſervans ſibi ipſi P. Manifeſtum jam eſt, ſi A vincat, ipſum habiturum $x+y-p=P$; ſed ſi A perdat, tum (ex conditione Ludi) non niſi p habebit. Cúmque jam (ex hypotheſi Lemmatis) probabilitas, quam habet A ad vincendum (ſeu ut obtineat P) ſit ad probabilitatem, quam habet A ad perdendum (ſeu ut obtineat p) id eſt, ad probabilitatem, quam habet B ad vincendum, in ratione 1 ad r. Ideo, cùm juſtus ſupponitur Luſus, debent depoſita eſſe in ratione probabilitatum vincendi, id eſt, x. y :: 1. r. unde $rx=y$; ſubſtituatur rx pro y in æquatione modò inventâ, & erit $x+rx=P+p$. unde $x=\frac{P+p}{r+1}$. Q. E. D.

Prop. XXXV. *Theor.* XIV.

Valor verus expectationis ad obtinendam voluptatem P à Chriſto promiſſam eſt infinitè major vero valore Expectationis obtinendi voluptatem p vitæ præſentis.

Nam P eſt infinitè major quàm p (per *Corol. Prop.* XXXIII.) & probabilitas obtinendi P eſt aliqua, eáq; non contemnenda (per *Prop.* XVII.) & probabilitas obtinendi p non eſt etiam niſi aliqua finita (ipſa enim vita, multóq; magis vitæ hujus voluptas eſt incerta) ergo probabilitas obtinendi p eſt ad probabilitatem obtinendi P, ut numerus finitus ad numerum finitum; Ergo exprimi poſſit ratio harum probabilitatum, per rationem numeri finiti r ad unitatem. Ergo verus valor expectationis

tionis est $\frac{P+p}{r+1}$ (per *Prop.* XXXIV.) Sed P est quantitas infinita (per *Corol. Prop.* XXXIII.) Ergo quantitas infinita P + p, divisa per numerum finitum scil. r + 1, dat quotientem infinitam. Ergo verus valor expectationis Christiani est realiter infinitus; Ergo est infinitè major vero valore expectationis finito obtinendi vitæ hujus præsentis voluptatem. Q. E. D.

Corol. 1. Conatus ad obtinendam vitæ futuræ voluptatem debent esse infinitè majores conatibus obtinendi vitæ hujus præsentis voluptatem; si sapienter conatus nostros gubernare vellemus (per hanc & *Axioma* 2.)

Corol. 2. Insipientes sunt, qui majorem adhibent conatum ad obtinendam præsentis, quàm vitæ futuræ voluptatem (per hanc & *Axioma* 3.)

Corol. 3. Minùs sapientes sunt, quorum conatus obtinendi voluptates futuras sunt ad conatus obtinendi voluptates finitas in ratione finitâ (per hanc & *Axiomatis* part. 2.)

Corol. 4. Verus Christianus est omnium sapientûm sapientissimus, & Athei ac Deistæ sunt omnium stultorum stultissimi, sequitur ex *Corol.* 1 & 2 hujus, & *Axiom.* 2 & 3.

FINIS.